1 שפות רגולריות

1.1 סימונים והגדרות

Σ – אלפבית; Σ^* – כל המילים; ε – המילה הריקה; $\emptyset \neq \{\varepsilon\}$; $|w|$ – אורך; $\#_a(w)$ – מספר ה-a-ים; w^R – היפוך; $L \setminus \overline{L} = \Sigma^*$; $\langle M \rangle$ – קידוד.

מודל	הגדרה
DFA (1.5)	$(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ – **מעבר אחד בדיוק** לכל מצב ואות
NFA (1.37)	$\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathrm{P}(Q)$ – אפשר כמה מעברים, אף מעבר, ומעברי ε
GNFA (1.64)	על כל קשת ביטוי רגולרי; התחלה בלי קשתות נכנסות, מקבל יחיד בלי יוצאות

רגולרית ⟺ יש DFA ⟺ יש NFA (1.39) ⟺ יש ביטוי רגולרי (1.54). כל שפה **סופית** רגולרית.

שימו לב: מסמנים את מצב ההתחלה (חץ נכנס) ואת המצבים המקבלים (עיגול כפול). ב-DFA – כל מצב עם מעבר לכל אות.

1.2 בניית אוטומט סופי לשפה מתוארת

1. **מה צריך לזכור?** שארית (מודולו), האותיות האחרונות, כמה מתבנית כבר נקראה, מונה שנעצר ("לכל היותר 2").
2. **מצב לכל דבר שזוכרים**, ומעברים אות אחר אות.
3. **מקבלים** – והבדיקה: 3 מילים בשפה ו-3 מחוצה לה, כולל ε והקצרה ביותר.
4. **NFA** כשנוח לנחש ("מכאן מתחיל הסוף"); **מכפלה** $Q_1 \times Q_2$ ל-$\cup, \cap, \setminus$.

שימו לב: חפיפה: התחלה וסוף (או שתי תבניות) יכולים לחלוק אותיות – מוסיפים מעבר לחפיפה. **"מסתיימת ב-" ≠ "מכילה"**: בודקים מילה שמכילה את התבנית ומסתיימת אחרת (ב-DFA ל"מסתיימת" אין מצב בור).

1.3 כתיבת ביטוי רגולרי

1. **מפרקים למקרים** (מה מופיע ראשון? אילו חפיפות?) ולבלוקים (אורך זוגי = $(\Sigma\Sigma)^*$).
2. **ביטוי לכל מקרה**, מאחדים ב-$\cup$; "מכילה" = $\Sigma^* x \Sigma^*$.
3. **בודקים** את ε, את המילים הקצרות, ואת "לכל היותר k" (כולל 0).
4. שפה קשה ("לא מכילה", זוגיות) – קודם DFA, ואז R3.

"מכילה x וגם y": $\Sigma^*(\text{החפיפות } x\Sigma^* y \cup y\Sigma^* x)\Sigma^*$.

זהויות: $R \cup \emptyset = R$, $R\varepsilon = R$, $R\emptyset = \emptyset$, $\emptyset^* = \varepsilon$, $(R^*)^* = R^*$. **הפרכת זהות:** R, S קונקרטיים ומילה אחת שבצד אחד בלבד (למשל $R = a, S = b$: $abab \in (ab)^*$ אבל $\notin a^*b^*$).

1.4 המרת NFA ל-DFA (שיטת תת-הקבוצות, משפט 1.39)

1. $R = E(R)$ וכל מה שמגיעים אליו במעברי ε.
2. **התחלה:** $E(\{q_0\})$.
3. **לכל תת-קבוצה חדשה ולכל אות** a: $E\left(\bigcup_{r \in R} \delta(r, a)\right)$ (קבוצה ריקה – מצב בור).
4. **מקבלים:** כל תת-קבוצה שיש בה מצב מקבל. רושמים רק את תת-הקבוצות שמגיעים אליהן.

1.5 מביטוי רגולרי ל-NFA (למה 1.55)

a: שני מצבים וקשת a. ε: מצב מקבל יחיד. $\emptyset$: מצב לא מקבל. $R_1 \cup R_2$: התחלה חדשה עם ε לשתיהן. $R_1 R_2$: ε מכל מקבל של R_1 להתחלה של R_2. R^*: התחלה חדשה **מקבלת** + ε מכל מקבל חזרה להתחלה של R.

1.6 מ-DFA לביטוי רגולרי (GNFA, למה 1.60)

1. **מצב התחלה חדש** $s \xrightarrow{\varepsilon} q_0$; **מקבל חדש** f מכל מקבל ישן: $a \xrightarrow{\varepsilon} f$.
2. **מקבצים** קשתות מקבילות לקשת אחת: $R_1 \cup R_2$ (גם לולאות).
3. **מסלקים מצבים בסדר שהשאלה נותנת.** לכל זוג i, j דרך המצב המסולק r:
$$R(i,j) \leftarrow R(i,r)\,R(r,r)^*\,R(r,j) \cup R(i,j)$$
4. **מציירים את ה-GNFA אחרי כל סילוק** (שואלים על השלבים!). בסוף: הביטוי על $s \to a$.

שימו לב: קשת אחת לכל זוג מצבים: לולאה חדשה מתאחדת עם הלולאה הקיימת **לפני** הסילוק הבא. $\emptyset$ – אין קשת; ε לא נעלם מאיחוד.

1.7 מספר מצבים מינימלי (מייהיל-נרוד, בעיה 1.52)

חסם תחתון: קבוצת מילים שכל שתיים בה **ניתנות להבחנה** – יש סיפא z ש-$xz \in L$ ו-$yz \notin L$. k מילים כאלה ⇐ לפחות k מצבים. **אינסוף** כאלה ⇐ L אינה רגולרית.

זוג	סיפא z	בשפה	לא בשפה
x, y	z	xz	yz

1.8 סגירות ו"הוכיחו או הפריכו"

פעולה	רגולריות סגורות?	איך
$\cup, \cdot, ^*$	כן (1.45–1.49)	NFA / ביטוי
$\cap, \setminus$	כן	מכפלה $Q_1 \times Q_2$
משלים	כן	DFA, מחליפים מקבלים
L^R	כן	הופכים קשתות, התחלה חדשה עם ε
שיזור (merge)	כן	מכפלה + ביט תור, התחלה נפרדת
רישות $Pref(L)$	כן	מקבל = כל מצב שממנו מגיעים ל-F
$\frac{1}{2}L$ (בעיה 1.57)	כן	מריצים את M על x, ובמקביל מנחשים y מהסוף (זוג מצבים)
$h(L)$, $h^{-1}(L)$	כן	DFA; $h(a)$ שעל a מחליפים כל אות בביטוי ב-$h(a)$ קורא את

"הוכיחו או הפריכו": כן ⇐ בנייה (ה-tuple + שורת נימוק). לא ⇐ **דוגמה נגדית** עם שפות מוכרות.

- L^* רגולרית $\not\Rightarrow$ L רגולרית ($L = \{0,1\} \cup \{0^n 1^n\}$, $L^* = \Sigma^*$). גם AB רגולרית $\not\Rightarrow$ A רגולרית ($B = \Sigma^*$).
- **שינוי סופי:** L שונה מ-A במספר סופי של מילים ⇐ L ו-A באותו מעמד ($L = A \triangle D$).
- לא-רגולריות **לא סגורות** לאיחוד: $a^*b^* \cup \{a^i b^j : i \neq j\} = a^*b^*$; **סגורות** למשלים.

1.9 הוכחה שאינה רגולרית (למת הניפוח, משפט 1.70)

הלמה: אם L רגולרית, יש p כך שכל $s \in L$, $|s| \geq p$, היא xyz עם $|xy| \leq p$, $|y| > 0$, ו-$xy^i z \in L$ לכל $i \geq 0$.

1. נניח בשלילה ש-L רגולרית, p אורך הניפוח.
2. **בוחרים** $s \in L$, $|s| \geq p$, כך ש-$|xy| \leq p$ שם את y בגוש אחד ($y = 0^k : 0^p 1^p$).
3. מראים i (לרוב 0 או 2) כך ש-$xy^i z \notin L$ – **לכל** חלוקה.
4. סתירה.

דרכים קצרות: $L \cap R$ (רגולרית) היא שפה לא רגולרית מוכרת; **אינסוף מילים שונות-זו-מזו** (R6). בוחרים s ו-i שנותנים **מקרה אחד** (למשל $a^p b a^p$ עם $i = 3$ שומר אורך אי-זוגי).

1.10 רגולרית או לא? בדיקה מהירה ומילים לניפוח

רגולרית אם מספיק זיכרון **סופי**: שארית ($n \equiv m \pmod k$), מונה חסום ("ההפרש בכל רישא $2 \geq$"), תבנית באורך קבוע, שפה סופית. **לא רגולרית** אם צריך **לספור בלי חסם**: $n = m$, $n < m$, ww, ריבועים, ראשוניים.

שפה	s	i
$0^n 1^n$, $\#_0 = \#_1$	$0^p 1^p$	2
$0^i 1^j$, $i > j$	$0^{p+1} 1^p$	0
ww	$0^p 1 0^p 1$	2
אורך אי-זוגי, אמצעית b	$a^p b a^p$	3
1^{n^2}	1^{p^2}	2

2 שפות חסרות-הקשר

2.1 בניית דקדוק חסר-הקשר (הגדרה 2.2)

1. **איחוד מקרים:** $S \to S_1 \mid S_2$. **כמויות שמתאימות** – מבחוץ פנימה ($A \to aAb$).
חלק חופשי: $A \to aA \mid \varepsilon$.
2. **אי-שוויון** = חלק מותאם + עוד אות לפחות. **יחס קבוע** ($\#_0 = 2\#_1$) – S בין כל האותיות.
3. **נימוק בשני הכיוונים**, ו-$G = (V, \Sigma, R, S)$ פורמלית.

שפה	דקדוק
$a^n b^n$	$S \to aSb \mid \varepsilon$
$a^i b^j,\ i > j$	$S \to aS \mid aT,\ T \to aTb \mid \varepsilon$
פלינדרומים	$S \to aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \varepsilon$
$\#_a = \#_b$	$S \to aSb \mid bSa \mid SS \mid \varepsilon$
$w \neq w^R$	$S \to aSa \mid bSb \mid aXb \mid bXa,\ X \to aX \mid bX \mid \varepsilon$

שימו לב: בבקשה "PDA **ודקדוק**" – שניהם, ישירות (לא דרך המרה). דקדוק בשורה אחת קשה לקריאה – משתנה בשורה.

2.2 בניית אוטומט מחסנית (הגדרה 2.13)

1. $\varepsilon, \varepsilon \to \$$ בהתחלה; $\varepsilon, \$ \to \varepsilon$ לפני הקבלה.
2. **סופרים:** דוחפים על כל אות, שולפים על כל אות שמשווים (שתיים – שולפים פעמיים).
3. **ניחוש:** מעבר ε ל"מכאן החצי השני" (פלינדרומים, $|u| < |w|$).
4. **קורא PDA:** מה הלולאה המנחשת יכולה לקרוא **גם** – "לפחות" ולא "בדיוק".

2.3 CNF, גזירה ורב-משמעות

CNF (2.9): $A \to BC \mid a$, ו-$S_0 \to \varepsilon$ בלבד. 1. $S_0 \to S$; 2. מסירים $A \to \varepsilon$ (מוסיפים גרסאות בלי A); 3. מסירים $A \to B$; 4. מפרקים כללים ארוכים ($A \to BCD \Leftarrow A \to BX, X \to CD$) וטרמינלים ($U \to a$).
גזירה: שמאלית – מחליפים תמיד את המשתנה השמאלי. ב-CNF גזירה של w היא בדיוק $2|w| - 1$ צעדים. **רב-משמעי:** מילה עם שני עצי גזירה (שתי גזירות שמאליות).

2.4 הוכחה שאינה חסרת-הקשר (למה 2.34)

הלמה: אם L חסרת-הקשר, יש p כך שכל $s \in L$, $|s| \geq p$, היא $uvxyz$ עם $|vxy| \leq p$, $|vy| > 0$, ו-$uv^i xy^i z \in L$ לכל $i \geq 0$.
1. נניח בשלילה; p **בוחרים** s **שתלויה ב-**p ($a^p b^p c^p$).
2. לכל $s = uvxyz$, $|vy| > 0$, $|vxy| \leq p$:
3. **מקרים לפי מקום** vxy: הוא נוגע **לכל היותר בשני גושים שכנים**. אם ב-v או ב-y שתי אותיות שונות $\Leftarrow i = 2$ שובר את הסדר.
4. לכל מקרה i (0 או 2) שמוציא מהשפה. סתירה.

דרכים קצרות: $L \cap R$ (רגולרית) אינה חסרת-הקשר ($ww^R w \cap a^* b^* a^* b^*$).

שפה	s	המקרה הקשה
$a^n b^n c^n$	$a^p b^p c^p$	vxy בשני גושים $\Leftarrow$ השלישי לא זז
$a^k b^{2k} c^k$	$a^p b^{2p} c^p$	$2p$ אותיות b מפרידות a מ-c
ww	$0^p 1^p 0^p 1^p$	vxy באמצע $\Leftarrow$ החצאים שונים
$0^n 1^{n^2}$	$0^p 1^{p^2+1}$	v ב-0, y ב-1: $(p+s)^2 > p^2 + t$
$0^n 1^m 2^n,\ m < n$	$0^{p+1} 1^p 2^{p+1}$	מנפחים את ה-$m \geq n \Leftarrow$

שימו לב: כל חלוקה. בין שני הגושים שסופרים – גוש **שלם** באורך p, כדי ש-vxy לא יגע בשניהם. מקרה "v בגוש אחד ו-y בגוש הבא" – מחשבים במפורש.

2.5 חסרת-הקשר או לא? בדיקה מהירה

השוואה אחת בכל פעם (מחסנית אחת) $\Leftarrow$ בדרך כלל כן; **שתי השוואות שלובות** (ww, $a^n b^n c^n$) $\Leftarrow$ לא. "$\neq$" הוא איחוד של שני מקרים $\Leftarrow$ לרוב כן. **"מה השפה של הדקדוק?"** – גוזרים כמה מילים קטנות, מנחשים, ומוכיחים בשני הכיוונים (דקדוק לא רגולרי יכול לתת שפה רגולרית: $S \to aBa,\ B \to BB \mid b \mid \varepsilon$ נותן (ab^*a)).

2.6 סגירות ושפות קלאסיות

פעולה	חסרות-הקשר
$\cdot, \cup, L^R, ^*$	כן (דקדוקים)
$\cap$ רגולרית	**כן** – מכפלת PDA ו-DFA
$\cap$, משלים, $\setminus$	**לא**: $a^n b^n c^m \cap a^m b^n c^n = a^n b^n c^n$

שפה	רגולרית	חסרת-הקשר
$a^n b^n$, פלינדרומים, $\#_a = \#_b$, $a^i b^j$ $(i \neq j)$	לא	כן
$\overline{ww}$, $\overline{a^n b^n c^n}$	לא	כן
$a^n b^n c^n$, ww, $ww^R w$	לא	לא

היררכיית חומסקי (מדריך 2.4):

סוג	הכללים	השפות	המכונה
0	$\alpha \to \beta$ (בלי הגבלה)	מזוהות-טיורינג	TM
1	$\alpha A \beta \to \alpha \gamma \beta,\ \gamma \neq \varepsilon$	תלויות-הקשר	LBA
2	$A \to \gamma$	חסרות-הקשר	PDA
3	$A \to aB \mid a \mid \varepsilon$	רגולריות	DFA

דקדוק סוג 3 $\to$ DFA: משתנה לכל מצב; $q \xrightarrow{a} r \Rightarrow Q \to aR$; $q \in F \Rightarrow Q \to \varepsilon$.

3 חישוביות

3.1 מכונת טיורינג, גרסאות ומונים

TM (3.3): $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{acc}, q_{rej})$, $\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R\}$. **קונפיגורציה** – $u\,q\,v$ – הראש על האות הראשונה של v. **מכריעה** – עוצרת תמיד; **מזהה** – מקבלת בדיוק את L.
שקולות: רב-סרטית (3.13), לא דטרמיניסטית (3.16), מונה (3.21). **מונה $\Rightarrow$ מזהה:** מריצים את המונה ומקבלים כשהמילה מודפסת. **מזהה $\Rightarrow$ מונה:** שלב i – i צעדים על $s_1..s_i$ (**במקביל**, לא אחת-אחת). מונה **בסדר** $\Leftrightarrow$ כריעה.

3.2 הוכחה ששפה כריעה

1. **מכונה שמשתמשת במכריעים ידועים** (הטבלה): $A_{DFA}, E_{DFA}, EQ_{DFA}$ (4.1–4.5), A_{CFG}, E_{CFG} (4.7–4.8), A_{LBA} (5.9).
2. **פסקה: למה היא עוצרת תמיד.** 3. **פסקה: למה היא נכונה.**
טריקים: שאלה על שפה של ביטוי $\Leftarrow$ DFA, מכפלה, EQ_{DFA}/E_{DFA}. "רצה לפחות k צעדים" $\Rightarrow$ מספיק לבדוק קלטים באורך $k \leq$. "כותבת על סרט ריק" $\Rightarrow |Q|$ צעדים.
שימו לב: אלה תכונות של **הריצה**, לא של השפה – רייס **לא** חל עליהן.

3.3 סגירות של כריעות ומזוהות

פעולה	כריעות	מזוהות
$\cup$	כן	כן – **צעד-צעד במקביל**
$\cap$	כן	כן – אחת אחרי השנייה
$\cdot, ^*$	כן – כל החלוקות	כן – NTM מנחשת חלוקה (3.16)
משלים	כן	**לא** ($\overline{A_{TM}}$)
L^R	כן	כן

4.22: כריעה $\Leftrightarrow$ מזוהה וגם המשלימה מזוהה. **הפרכה:** $\emptyset \subseteq A_{TM} \subseteq \Sigma^*$ – תת-קבוצה של כריעה לא בהכרח כריעה.

3.4 טבלת השפות הידועות

שפה	כריעה	מזוהה	משלימה מזוהה
A_{LBA}; CFG-ל A, E; DFA-ל A, E, EQ	כן	כן	כן
A_{TM} (4.11), $HALT_{TM}$ (5.1)	לא	כן	לא
E_{TM} (5.2), E_{LBA}, ALL_{CFG}, EQ_{CFG}	לא	לא	כן
$REGULAR_{TM}$ (5.3)	לא	–	–
EQ_{TM} (5.30)	לא	לא	לא

רעיונות ההוכחה: E_{DFA} – מסמנים מצבים נגישים; EQ_{DFA} על ההפרש הסימטרי; A_{CFG} – CNF וכל הגזירות באורך $2n - 1$; E_{CFG} – מסמנים משתנים שמייצרים טרמינלים; A_{LBA} – אחרי qng^n צעדים יש לולאה (5.9); E_{LBA}, ALL_{CFG} – **היסטוריות חישוב** מקבלות (5.10, 5.13).

3.5 רדוקציית מיפוי (הגדרה 5.20)

1. **שפה ידועה** A ו-B $A \leq_m B$. 2. F = "על x: אם אינו קידוד חוקי – פלוט קבוע מתאים; אחרת – בנה M' ופלוט $\langle M' \rangle$". **מינימלית**: "על y: הרץ את M על w; ...". 3. f **חשיבה.** 4. $x \in A \Rightarrow f(x) \in B$ **וגם** $f(x) \in B \Rightarrow x \in A$. 5. f מסקנה.

חשיבה (5.17): יש TM שעל כל w עוצרת עם $f(w)$ על הסרט. $A \leq_m B$ **(5.20):** $w \in A \iff f(w) \in B$.

כללים: B כריעה $\Leftarrow$ A כריעה (5.22); A לא כריעה $\Leftarrow$ B לא (5.23); B מזוהה $\Leftarrow$ A מזוהה (5.28); A לא מזוהה $\Leftarrow$ B לא (5.29). $\overline{A} \leq_m \overline{B} \iff A \leq_m B$. **לא סימטרי.** כל כריעה $\leq_m$ כל $B \neq \emptyset, \Sigma^*$.

דפוסים: אל $HALT$ – "דוחה" הופך ל"לולאה"; אל A_{TM} – "קבל אם עצרה"; $E_{TM} \leq_m EQ_{TM}$: $\langle M, M_\emptyset \rangle$.

רדוקציה מ-A_{TM} **אל**	M' = "**על הקלט** y: ..."	$L(M')$
$\overline{E_{TM}}$ (כלומר E_{TM} לא כריעה)	אם $y \neq w$ דחה; אחרת הרץ M על w	$\emptyset$ או $\{w\}$
ALL_{TM} ($L = \Sigma^*$)	הרץ M על w, קבל אם קיבלה	Σ^* או $\emptyset$
$REGULAR_{TM}$ (5.3)	אם $y = 0^n1^n$ קבל; אחרת הרץ M על w	Σ^* או $\{0^n1^n\}$
$\lvert L(M) \rvert = 1$	אם $y = \varepsilon$ הרץ M על w; אחרת דחה	$\emptyset$ או $\{\varepsilon\}$
EQ_{TM}	הפלט $\langle M', M_{all} \rangle$, M' כמו ב-ALL_{TM}	

3.6 אינה מזוהה, רייס ואלכסון

אינה מזוהה: $A_{TM} \leq_m \overline{L}$ (כלומר $\overline{A_{TM}} \leq_m L$), או: $\overline{L}$ מזוהה ו-L לא כריעה (4.22).

רייס (מדריך עמ' 148): תכונה **לא טריוויאלית** של **השפה** $L(M)$ – לא כריעה. לא חל על "מספר מצבים", "רצה k צעדים".

אלכסון (4.11): $D = \{s_i \mid M_i \text{ לא מקבלת את } s_i\}$; מראים ש-$D$ במחלקה, ואז $s_j \in D \iff s_j \notin D$.

שימו לב: מונה **מזהה** – לא בהכרח מכריעה; "אין מונה כזה" מוכיחים באלכסון, לא ברייס.

4 סיבוכיות

4.1 המחלקות P, NP, coNP

P – זמן פולינומי. NP – **מווסא** פולינומי עם תעודה פולינומית (7.18) $\Leftrightarrow$ NTM פולינומית (7.20). $coNP$ – משלימים. $P \subseteq NP$; $P = NP$? פתוח. רב-סרטית $t \Leftarrow t^2$ (7.8); NTM $t \Leftarrow 2^{O(t)}$ (7.11).

סגירות: P – הכול כולל משלים; NP – $\cdot, ^*$; $\cup, \cap$; משלים – פתוח.

המחלקות: רגולריות $\subsetneq$ חסרות-הקשר $\subsetneq P \subseteq NP \subsetneq$ כריעות $\subsetneq$ מזוהות.

שימו לב: מעבר על **כל** ההצבות / תת-הקבוצות – 2^n, לא פולינומי. מספר בקלט – באורך הבינארי: לבדוק $k \leq n$ לפני שמוסיפים k צמתים.

4.2 P-ב ו-NP-ב

P-ב: אלגוריתם + זמן כל צעד + סכום פולינומי. **ידועות ב-P:** $PATH$ (BFS, 7.14), $RELPRIME$ (אוקלידס, 7.15), כל שפה חסרת-הקשר (תכנון דינמי, 7.16).

NP-ב: 1. **התעודה** (גודל פולינומי). 2. **המוודא** בודק אותה בזמן פולינומי. **coNP:** תעודה למשלים.

בעיה	התעודה	המוודא בודק
SAT, $3SAT$	הצבה	כל פסוקית מסופקת
$CLIQUE$ / IS / VC	k צמתים	כל הזוגות מחוברים / לא מחוברים / כל קשת מכוסה
$HAMPATH$, $LPATH$	סדר צמתים	שונים, קשתות קיימות, מתחיל ב-s ונגמר ב-t
$SUBSET\text{-}SUM$	תת-קבוצה	הסכום $= t$
3-צביעה	צבע לכל צומת	אין קשת חד-צבעית (או $1 \leq$ ב"כמעט")
מספר פריק	מחלק $1 < d < n$	$d \mid n$

4.3 NP - שלמות ו"לא ב-P (בהנחה $P \neq NP$)"

1. $C \in NP$. 2. B ידועה NP-שלמה. 3. $f : B \to C$ פולינומית, **ופלט חוקי** (3CNF וכו'). 4. $x \in B \iff f(x) \in C$. **שני הכיוונים**, כולל המקרה השלילי.

לא ב-P: צעדים 2–4, ואז $C \in P \Leftarrow B \in P$ (7.31) $\Leftarrow P = NP$ (7.35) – סתירה. **NP-קשה בלבד:** בלי צעד 1.

בעיה	ידוע NP-שלמה מ-	הגאדג'ט
SAT, $3SAT$	7.37, 7.42	–
$CLIQUE$	$3SAT$ (7.32)	צומת לכל ליטרל; קשת בין ליטרלים מפסוקיות שונות שאינם סותרים; k = מספר הפסוקיות
VC, IS	7.44	$IS(G,k) = CLIQUE(\bar{G},k) = VC(G,n-k)$; מ-$3SAT$: קשת לכל משתנה, משולש לכל פסוקית, $k = n + 2m$
$HAMPATH$, $UHAMPATH$	7.46, 7.55	לא מכוון: כל צומת $\leftarrow u^{in}, u^{mid}, u^{out}$
$LPATH$	$UHAMPATH$	$k = n - 1$
$SUBSET\text{-}SUM$	7.56	–
$4SAT$	$3SAT$	$(C \vee z) \wedge (C \vee \bar{z})$
$CLIQUE$ גודל $n/2$	$CLIQUE$	צמתים אוניברסליים
3-צביעה "כמעט תקינה"	3-צביעה	$K_4 + G$

5 טענות נפוצות – הוכיחו או הפריכו

5.1 שפות רגולריות וחסרות-הקשר

טענה		למה / דוגמה נגדית
כל שפה סופית רגולרית	כן	איחוד סופי של מילים
L^* רגולרית $\Leftarrow L$ רגולרית	לא	$L = \{0^n1^n\} \cup \{0,1\}$, $L^* = \Sigma^*$
AB רגולרית $\Leftarrow A$ רגולרית	לא	$A = \{0^n1^n\}$, $B = \Sigma^*$ ($\varepsilon \in A$)
תת-שפה של רגולרית – רגולרית	לא	$\{0^n1^n\} \subseteq \Sigma^*$
שינוי סופי משנה רגולריות	לא	$L = A \triangle D$, D סופית
לכל רגולרית DFA עם מספר זוגי של מצבים	כן	מוסיפים מצב לא נגיש
איחוד שתי לא-רגולריות – לא רגולרית	לא	$\{a^nb^n\} \cup \{a^ib^j : i \neq j\} = a^*b^*$
משלים של לא-רגולרית – לא רגולרית	כן	אחרת המקורית רגולרית
CFL $\cap$ רגולרית – CFL	כן	מכפלת PDA ו-DFA
CFL $\cap$ CFL, משלים, הפרש – CFL	לא	$a^nb^nc^m \cap a^mb^nc^n$
תת-שפה של CFL – CFL	לא	$\{a^nb^nc^n\} \subseteq \Sigma^*$
משלים של $a^nb^nc^n$ – CFL	כן	איחוד: $i \neq k$, $j \neq k$, $i \neq j$ סדר לא נכון

5.2 חישוביות וסיבוכיות

טענה		למה / דוגמה נגדית
תת-קבוצה של כריעה – כריעה	לא	$A_{TM} \subseteq \Sigma^* \subseteq \emptyset$
כל שפה סופית כריעה	כן	טבלה סופית
L מזוהה $\Leftarrow L^*$, L_1L_2 מזוהות	כן	NTM מנחשת חלוקה (3.16)
L כריעה $\Leftarrow L^R$ כריעה	כן	הופכים את הקלט ומריצים
משלים של מזוהה – מזוהה	לא	$\overline{A_{TM}}$ (4.23)
$B \leq_m A \Leftarrow A \leq_m B$	לא	$a^*b^* \leq_m A_{TM}$, לא להפך
A כריעה $\Leftarrow A \leq_m B$ לכל $B \neq \emptyset, \Sigma^*$	כן	f מכריעה ופולטת $y \in B$ או $n \notin B$
"יש קלט שעליו M רצה k צעדים" כריעה	כן	מספיק קלטים באורך $k \leq$; רייס לא חל
B NP-שלמה ו-$B \in P \Leftarrow P = NP$	כן	7.35
$C \notin P \Leftarrow C \in NP$	לא	$P \subseteq NP$
$B \in P \Leftarrow A \in P$ ו-$A \leq_P B$	לא	הרדוקציה מעבירה קושי מ-A ל-B, לא קלות
$PATH \leq_m A_{TM}$	כן	כל כריעה $\leq_m A_{TM}$